

互いの考えを認め合い、 求積公式をつくりあげる子供

——— 5年「図形の面積」の実践を通して ———

見附市立見附小学校 種 村 公 夫

1 単元目標

- ・面積は、単位とする広さをすきまなくしきつめた時にそのいくつ分で測る量であるという考えをもとに、いろいろな図形も適切に変形すれば、その原理を当てはめて求積できることを理解する。
- ・基本的な平面図形は、その性質に着目して容易に長方形等に等積変形ができることから、それぞれの性質を生かした図形の面積の簡単な求め方を公式としてまとめる。

2 「個性・創造性」の育成から見た単元と児童

(1) 単元について

本単元は、4年「面積」の学習の発展である。4年の面積の学習では、単位とする広さがすきまなくきちんとしきつめられる場合に限定されている。5年では、基本図形の中から三角形・四角形を主に取り上げ、単位とする広さがきちんとしきつめられない場合にも面積が存在すること。また、その面積を求める方法は、既習の正方形・長方形（主に長方形）に変形して考えればよいこと（その際、面積が変わらないこと。）それぞれの図形の面積の求め方には、その図形の特徴を生かした効果的な求め方があることなどを学習し、面積に対する見方・考え方を深めていくことになる。また、その際、4年の求積は、必要とする長さが既に直交した状態で見えている図形を扱い、単位とする面積がいくつしきつめられるかを長さの積で求めてきた。しかし、5年では、求積に必要な長さが求める図形の辺の長さとして存在しない場合を扱う。そのため、4年の既習事項である求積の仕方のどこをどのように発展させて考えていくかを真剣で考える必要性が生まれる。ここで、子供が多様な考えを持ち出したり、創造性を発揮したりする場が生まれる。また、この追究の過程で、これまでの正方形と長方形の求積の仕方が特別な場合だったことを認識することもできる。

子供の個性や創造性の発揮が期待される場合は、求積方法を考える段階と公式にまとめる段階である。求積方法は、倍積変形と等積変形が基本となり、その際、図形の変形の仕方が1つの図形について多様に工夫できるため、一人一人の着想やアイデアを生かした個性的な追究が可能になるのである。そこで、個性的な追究がより積極的に進められるように「タングラム」（切り貼りによる図形の操作）の活動を取り入れ、自分で積極的に試しながら、多様な考えを持ちだし、それぞれの考えの妥当性を進んで検討していくようにさせたいと考える。また、創造性は、多様に導き出された求積方法を検討し、その図形に最もふさわしい求積方法を吟味して、公式にまとめあげる段階で発揮され、1つの図形の公式を創るという側面と、図形に対する見方を深めていくという2つの側面から子供の成長に生きて働くものとなる。

このようにして進められた図形の求積の学習は、求積に必要な長さが1つもない「円」の求積で一層

発展され、求積が直交する2次元の量の積で求められるという考えに発展されていく。

(2) 個性・創造性を発揮する子供

正方形・長方形以外の図形の求積で子供がまず着目するのは、斜辺があるために単位とする正方形が「きちんとしきつめられない」ことである。これは、面積を測定可能な量としてとらえさせるため、単位とする正方形のしきつめを基本の操作としてきたためである。この問題状況に対し、子供は、単位とする正方形をしきつめるという考えをどのようにあてはめるかを真剣で考え、斜めの辺をなくするために図形の一部を移動するといった変形をしようとする。そこで、タングラムを用いた操作活動を提示することにより子供は、試行錯誤しながら、自分なりの図形の変形の仕方を見つけだしていこうとする。その際、子供は、自分で工夫した操作で既習の図形に直して考え、新しい解決の方法を創り出していこうとする。また、この取り組みは、1つ1つの解決の仕方が創造的であるばかりでなく、互いの考えを重ね合いながら、「どれが一番良い解決方法と言えるか」という追究へと検討が発展していく。そして、図形の求積公式にまとめあげるまでの一連の創造の過程を子供に体験させることができるのである。

しかし、だからといって一気に斜辺をどうするかを課題にしてしまうと、子供にはギャップが大きすぎ、解決できないままになってしまう心配もある。一人一人の子供の操作の中にこそすばらしい着想がたくさんつまっている。子供の考えを1つ1つ大切にさせ、子供に発見の喜びをたくさん味わわせていくようにすることが大切である。そこで、この操作活動を段階的・発展的に組織し、無理のない創造的な取り組みを促すようにさせていく。また、その際、直角三角形や平行四辺形を手がかりに倍積変形や等積変形の仕方を考えさせ、それらの考えをもとに、更に次の図形の面積の求め方を考えていくようにさせる。その上で、いくつかの求積方法を比べながらより良い変形の仕方を考えさせ、面積の求め方を公式としてまとめさせていくようにする。

前述のような実態をふまえ、本単元で子供が個性・創造性を発揮していく姿を次のように考える。

- ・タングラムを用いた操作によって、図形を多様に変形し、自分の求積方法を進んで見つけ出そうとする子供（個性）
- ・自分と友だちの求積方法の良い所に着目し、より良い求積公式をつくり上げようとする子供（創造性）

3 単元展開の構想と指導計画

(1) 単元展開の構想

まず、子供たち一人一人に十分な操作をさせることが見方・考え方を育てていく上で大切である。ここでは、タングラムを用いた操作活動を重視し、長方形や平行四辺形に変形していく操作を積極的に行わせる。初めは解決の見通しを持ってない子供も1つ2つと解決が進むにつれ、変形の仕方を覚え、積極的に解決に臨んでいこうとするであろう。ここでは、特に、拡散的な思考が促され、子供は、多様な考えを持ち出してくるであろう。

次に、自分と友だちの考えを紹介し合い、どれがより効率的な解決方法かを考えさせるようにする。この「効率化」という視点から考えさせることにより、自分の見方・考え方の不備を補いながら、新しい図形にふさわしい解決方法を工夫していくと思われる。この過程で子供の創造的な思考が促される。

このように、本単元では、子供の個性的な見方を最大限に発揮しながら、互いの見方・考え方の良い所を見つめ合い、新しい見方へと考えを深めていく創造的な学習が期待できるのである。

(2) 指導計画

第1次 直角三角形を使って、正方形・長方形以外の図形にも面積の考えや求め方があてはまるかを検討する。 … (1時間)

第2次 タングラム活動を通して「平行四辺形」「三角形」の求積の仕方を工夫する。 … (4時間)

第3次 「ひし形」「台形」「四角形」の求積方法を考え、面積の求め方を整理していく。 … (3時間)

4 本時の指導 (第2次 2 / 4時)

(1) ねらい 自分と友だちのタングラム活動の共通性に着目して、どの考えも「底辺」×「高さ」で面積を求めていることを理解し、平行四辺形の面積も長方形と同じように直交する2つの長さの積で求められることに気づく。


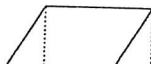
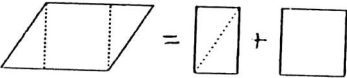
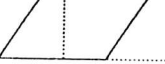
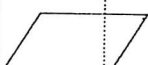

(2) 展開の角度

本時は、平行四辺形の典型例の求積の2時間目に当たる。1時間目では、多様な考えを持ち出させ、2時間目では、それぞれの考えの良さに目を向けさせながら、創造的に考えを作りあげさせたいと考えた。そのため、前時では『平行四辺形の面積の求め方をたくさん見つけよう』を課題とし、タングラムを用いた操作を行わせるようにした。また、その際操作の仕方を考えやすいように、白紙にかいた平行四辺形と方眼紙の上にかいた平行四辺形のプリントを用いさせた。一人一人がタングラムを用いた操作活動で平行四辺形の求積方法を自分なりにたくさん見つけた。その結果、等積変形をした子供が30人、斜辺部分を分割して長方形を作り、真ん中の長方形と別々に求積して合計した子供が13人、平行四辺形を起こして長方形に直した(誤答)子供が2人、まず目を数えた子供が21人いた。(延べ人数)また、等積変形の仕方については、さらに3種類に分かれていた。このように問題解決の過程において、多様な見方を持ち出させていくことが子供の個性を伸ばしていく上でまず大切にされなければならないことであると考えた。

2時間目は、この多様に出された考えを整理し、「底辺」×「高さ」の求積の仕方を考えさせる時間である。課題を『一番上手な面積の求め方をみんなでまとめよう』とし、前時で拡散した多様な考えの良さに目を向けさせながら、考えを整理し、より良い求積方法へとまとめあげさせていきたいと考える。そこで、まずまず目を数えた子供に発表させ、その上でタングラムによる操作をした子供たちの考えを一つ一つ聞いて確かめていく。次に、平行四辺形を起こして長方形に直した子供の考えがなぜいけないかを全員で考えていくようにさせる。ここで大切にしたいことは、平行四辺形をそのままの形で起こして変形した子供が2人いて、その結果が間違っていることに本人も気付いているが、そのわけがはっきりしない点である。平行四辺形を起こすと、たて5cm、横6cmの長方形になり、答えは30cm²になる。この考えをしているM夫とI子は他のやり方でも試しているため結果が間違っていることには

気づいているが、長方形に直す考えを使っているため、間違っていないのではないかとまどいも持っている。そこで、他のタングラム活動をした子にもM夫とI子の考えの間違っているわけを考えさせることにより、平行四辺形の面積を求めるのに必要な長さはどこかを真剣に考えさせていくことができる。また、そのことがこれまでの「たて」「横」の考えには限界があることに気づかせ、新しい図形の見方として「底辺」「高さ」という考えを創らせていくことができると考える。

(3) 指導の実際

段階	教師のはたらきかけ	児童の反応（活動）
課題の 確認	<p>T₁ 今日は、みなさんが考えた平行四辺形の面積の求め方をたくさん紹介してもらいましょう。たくさんの考えが出されたら、一番上手な面積の求め方をみんなでまとめましょう。 （課題『一番上手な面積の求め方をみんなでまとめよう』を板書する）</p>	<p>K男  ぼくは、まず目の数を数えました。初めはきちんとまず目が合わなくて困ったけど、Eさんと相談したら半端な場所同士を上手に組み合わせる方法が見つかりました。結果は24 cm²です。</p>
	<p>H子 私もK夫君と同じ考えで、まず目を数えたんだけど、少しの半端を見落としてしまい、結果が22cm²になってしまいました。まず目を数える方法は大変だし、私のように失敗もあるからあまりいい方法ではないと思います。</p>	<p>S夫  ぼくは、図のように平行四辺形の左側の部分を切って、右側にくっつけて長方形を作り、面積を求めました。使った考えは長方形の面積の求め方で、たて×横＝4×6となり24 cm²です。</p>
	<p>K子  私には、平行四辺形のななめの辺の部分を三角形に分け、その三角形を2つ合わせて長方形を作りました。残るのは真ん中の長方形だから、2つの長方形の面積を別々に求めてたしました。結果は、24 cm²です。</p>	<p>T夫  ぼくは、平行四辺形を真ん中でたてに切り、右側につけて長方形を作りました。S夫君とほとんど同じ考えだと思うけど切った場所が違います。結果は24 cm²です。</p>
	<p>W夫  ぼくは、みんなと少し考えが違って、たぶん間違っていると思うんだけど、平行四辺形をこうやって起して長方形を作りました。そしたら、たてが5cmで横が6cmで、結果は30 cm²です。</p>	<p>T₂ みんな本当によくがんばっていろんな考えを見つけたね。H子さんとW夫君の考えだけが少し違うと言っているんだけど、あとの考えは大丈夫かな。まず目を数えたK夫君ががんばったね。うまい組み合わせ方が見つかって本当に良かった。S夫君、K子さん、T夫君はきちんと組み合わせを変えたから面積は変わっていないね。この求め方でいいかな。（C 全員が了解する）ところでW夫君の考えがうまくいかなかったというんだけど、なぜうまくいかなかったか教えてあげられる人はいるかな。</p>
練 り 上 げ	<p>I子 私も同じ考えをしたんだけど、みんなと違うのは長方形に直した時のたての長さなんです。みんなはたてが4cmだと言うんだけど、私とW夫君の考えだと5cmになって、みんなより増えてしまいました。</p>	<p>T₃ W夫君やI子さんが使った長さというのはこのななめの辺の長さだね。この長さを 使うとうまくないということなのかな。</p>
	<p>T夫 ぼくも初めたてと横の長さをさがそうと思って、そのななめの部分の長さを使ってみたんだけど、実際に平行四辺形を切ってはり合わせてみると、面積を求めるのに使っている長さは、その長さではなくてこの平行四辺形の中にあるたての長さなんです。だから、これは今までの長方形の面積の出し方につなげて考えているんだけど、長方形の面積の出し方と同じと考えてはいけないと思うようになりました。</p>	
	<p>U夫 ぼくは、S夫君と同じ考えをしていたんだけど、T夫君やK子さんの考えを聞いて少し考えが変わ</p>	

段階	教師のはたらきかけ	児童の反応(活動)
振り 返り と 発 展		<p>ってきました。ぼくもたての長さをさがしていたんだけど、ぼくが見つけたたとT夫君やK子さんが見つけたたての長さは全部場所が違います。でも、どれもみんな4cmで同じです。この上から下にまっすぐおろした線が今必要なたての長さです。だから、W夫君の考えた長さは使っちゃいけない長さでたてじゃないと思います。</p>
	T ₄ U夫君のいうたての長さというのは、この上と下にある横の長さに垂直におろした長さと考えていいかな。	
	U夫 そうです。でも、それをたてと呼ぶと長方形の時とごっちゃになるから、名前を変えて「高さ」といった方がいいみたい。	
	M子	<p>私は、こんなふうに平行四辺形にななめの線を入れて考えてみたんだけど、これでいくとW夫君のように30cm²になっておかしくなっちゃうのです。なぜ間違ったのかなと考えてみたら、もとにしている広さも平行四辺形で今までもとにしてきた正方形より小さい気がしてきました。だから、私はこの考えを途中でやめたんだけど、W夫君は、私と同じように斜めの線をたてと考えたら平行四辺形の面積が正しく出せなかったんだと思います。今、先生が確かめてくれたように、平行四辺形の面積を求めるのに必要な長さは、下の横の長さと垂直におろしたたての長さだと思います。</p>
	T ₅ では、平行四辺形の面積を求めるのに必要な長さは、今までみんなが考えてきた横の長さと垂直におろしたたての長さでいいかな。みんなが言うみたいに、この長さをたてと呼んでいると間違いやすそうだから、今日のまとめは、たての長さを「高さ」と呼んで、次のようにまとめていいかな。	

$$\text{『平行四辺形の面積} = \text{高さ} \times \text{横} \text{』}$$

C いいです。

T₆ 今日みんながまとめてくれた考えは、どんな平行四辺形にもあてはまるだろうか。次の平行四辺形にも使えるかどうか考えてごらん。

C₁ 大丈夫だよ。きっと同じ考えで出せるよ。

C₂ 切って合わせても長方形になりそうもない…。大丈夫かな…。

C₃ 何回か切って合わせなければならぬんじゃないかな。大変そうだ。

5 追究の発展

平行四辺形で子供たちが創り上げた「高さ」という見方は、平行な辺のない三角形でさらに明確になっていった。三角形には、「横」がない。子供たちは、タングラム活動を通して、三角形を平行四辺形や長方形に変形しながら、「横」を見つけ出し、「横」×「高さ」÷2という公式をいったん創った。しかし、これまでの見方をそのままあてはめるには、図形の形が違いすぎた。そこで、子供たちは、三角形の形の特徴から、求積に必要な長さを「横」から「底にある辺」という言い方に改めていった。この平行四辺形から三角形に至る追究の過程で、子供たちはこれまでの「たて」「横」という見方から「図形を安定した状態ではさむ平行線上の長さ(底辺)とその距離(高さ)」を図形の求積に必要な長さとしてまとめていった。

6 考 察

(1) 操作活動について

タングラムを用いた操作活動を取り入れることにより、子供たちの多様な考えを引き出すことができた。また、その一つ一つの考えの根拠がしっかりしており、互いに自分の考えを自信をもって発表していた。こうした子供たちの個性的な考えの持ち出しを互いに認め合うことが自立的な追究を支える上でとても大切である。

また、一人一人が必要な長さや指摘した場所やその長さへの着目の仕方も実に多様であった。そこで互いに真剣に考えた操作の仕方の良さや共通性に目を向けさせ、W夫のような「長方形に直そうとしたんだけど、直し方が違ったみたいだ」という既存の見方とのズレを的確にとらえた誤答を対比させた。このことにより、他の子供たちも「平行四辺形の面積の求めるときに必要な長さ」を鋭く見つめていくきっかけをつかんでいった。W夫の使った斜辺の長さが子供たちに自分の操作を見直させ、「高さ」という新しい考えを鮮明にしていっただのである。W夫の考えを互いに真剣で考えなければ、T夫やS夫やK子の考えの共通点も自覚されないままになっていたかもしれない。

(2) 拡散的な思考活動を促す課題や活動の工夫について

図形の求積をするためにタングラムを用いた操作活動を行わせたことは、子供たちに個性的で、かつ拡散的な思考を促す方法として大変有効であった。特に、「面積の求め方をできるだけたくさん見つけよう」という課題は、互いの操作に共通点があることを気づかせ、自分の考えを見直したり、みんな考えを練り上げるという活動に発展するもとになった。そして、この拡散的な思考の中にある互いの考えの共通点が、長方形・正方形だけで考えてきたこれまでの求積方法の限界を鋭く見つめ直し、より一般的な求積の仕方へと発展させていこうとする子供たちの追究となっていったのである。

(3) 多様な発想を生かす問題解決活動について

本時における問題解決活動は、タングラム活動を通して「底辺」「高さ」という新しい見方を創り上げていく所であった。ともすると「この長さを今度から『底辺』と呼びます。」といった一方的な指導になりがちな部分である。しかし、そこで、子供たちに「必要な長さは図の中のどこか」と問うことにより、互いの用いている長さの場所がそれぞれ違うことを手がかりにし、これまでの見方を見直し、発展させていくことができた。子供の意欲的な追究を見守りながら、何をどこでどのようにして創り上げていくのかを明確にして取り組ませることの大切さを改めて考えさせられた。

また、今回創造的な問題解決を生み出させていくきっかけとなったW夫のような誤答も今後一層大切にしていかなければならない事柄であると考えている。誤答は、単に「間違っている」と見るのではなく、子供たち一人一人の既存の見方・考え方と新しい見方・考え方のずれを見事に言い当てている場合が少なくないからである。W夫の考えをみんなで検討することにより、新しい見方・考え方を一層明確にできたのである。誤答は、教師がどこでどう取り扱うかを明確にし、子供たちの納得できる形で適切に位置づけてやる必要がある。